Podstawowe wiadomości o potegach

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n razy}}$$

a^n ← wykładnik potęgi

a^n ← podstawa potęgi

$$a^0 = 1 \qquad dla \quad a \neq 0$$

$$a^1 = a$$

$$3^2 = \underbrace{3 \cdot 3}_{\text{2 razy}} = 9$$

$$2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{5 razy}} = 32$$

$$(-3)^4 = \underbrace{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}_{\text{4 razy}} = 81$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Zmiana wyglądu

$8 = 2^3$

$4 = 2^2$

$32 = 2^5$

$16 = 2^4 = 4^2$

$64 = 2^6 = 4^3 = 8^2$

$27 = 3^3$

$81 = 3^4 = 9^2$

$9 = 3^2$

$25 = 5^2$

$125 = 5^3$

Jak uzasadnić, że liczba
$\mathbf{2^{15} + 2^{16} + 2^{17} + 2^{18}}$ jest podzielna przez 30.

Postępujemy następująco:
$\mathbf{2^{15} + 2^{16} + 2^{17} + 2^{18} = 2^{15}\,(1 + 2 + 2^2 + 2^3) = 2^{15} \cdot 15 = 2^{14} \cdot 2 \cdot 15 = 30 \cdot 2^{14}}$.
Zatem liczba
$\mathbf{2^{15} + 2^{16} + 2^{17} + 2^{18}}$ jest podzielna przez 30 .

Przykłady działań na potęgach

$$2^8 \cdot 2^{16} = 2^{24}$$

$$\frac{x^{10} \cdot x}{x^3} = \frac{x^{11}}{x^3} = x^8$$

$$\frac{36 \cdot 6^5}{6^0} = \frac{6^2 \cdot 6^5}{1} = 6^7$$

$$\frac{4^5 \cdot 2^{12} \cdot 16^2}{32^6} =$$

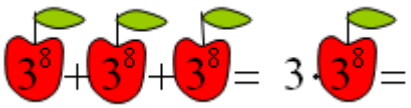
$$\frac{81^{10} \cdot 3^{12} \cdot 27^{22}}{243^5} =$$

$$\frac{2^{30}}{2^{30}} =$$

$$\frac{3^{40} \cdot 3^{12} \cdot 3^{66}}{3^{25}} =$$

$$\frac{3^{60} \cdot 5^{60}}{15^{30}} = \frac{(3 \cdot 5)^{60}}{15^{30}} = \frac{15^{60}}{15^{30}} = 15^{30}$$

$$\frac{3^{60} \cdot 5^{60}}{15^{30}} = \frac{3^{60} \cdot 5^{60}}{(3 \cdot 5)^{30}} = \frac{3^{60} \cdot 5^{60}}{3^{30} \cdot 5^{30}} = 3^{30} \cdot 5^{30} = (3 \cdot 5)^{30} = 15^{30}$$



$$= 3^1 \cdot 3^8 = 3^9$$

$$2^{12} + 2^{12} = 2^{12} \cdot (1 + 1) = 2^{12} \cdot 2 = 2^{13}$$